

От научного редактора

Всё более широкое использование систем формирования информационных потоков и их обработки, а также хранения, восстановления, сопровождения и передачи по разнообразным каналам связи является основой ускоренного развития нашей технологической цифровой цивилизации.

Как и любая отрасль науки и техники, цифровая информатика осваивает всё более широкие области современных технологий, активно внедряется в производственные циклы предприятий, в разнообразные системы мониторинга природы, в том числе и системы дистанционного зондирования Земли, а также становится основой принципиально новых подходов в научной деятельности. Такое всеобъемлющее проникновение цифровой идеологии во все стороны жизни современного общества сопровождается появлением довольно большого набора трудных научных и технических проблем самой теории информации.

Основные проблемы информатики, как это ни покажется странным, лежат в сфере самых основ теории информации и в той её сложнейшей и, конечно, интереснейшей (!) части, которую составляют теория, технологии, методы и алгоритмы помехоустойчивого кодирования. Это определяется тем, что передача больших объёмов данных в цифровых сетях различного уровня и их использование, хранение и восстановление возможны только при высоком уровне достоверности этих данных, которые оказываются бесполезными, если доля ошибок в цифровых данных будет слишком заметной. В этом случае не будут работать большинство протоколов обмена, программные модули, переданные с ошибками, и очень многие другие сервисы. Обеспечением необходимого уровня достоверности цифровых данных и занимается теория помехоустойчивого кодирования, достижения которой за истекшие 70 лет её развития весьма значительны. Уже много десятилетий кодирование обязательно к использованию в цифровых системах связи во многих технологически развитых странах, что позволяет многократно повышать скорость передачи данных и их достоверность, а также снижать размеры дорогих антенн. Мощные коды использовались ещё в прошлом тысячелетии в проекте NASA «Кассини» для исследований Сатурна, который был успешно завершён в сентябре 2017 года. Широко применяются различные коды и в системах компьютерной памяти, мобильной связи, в бытовой технике, а также во множестве других важных систем цифрового мира и нашего технологического общества.

Однако до недавнего времени потенциальные возможности очень дорогих дискретных каналов и различных цифровых сетей исполь-

зовались недостаточно полно из-за всё ещё весьма малой эффективности многих алгоритмов коррекции ошибок, создание которых является наиболее сложной проблемой теории информации и теории помехоустойчивого кодирования.

Конечно, конкретные успехи теории и технологий кодирования обширны и несомненны. Однако и нерешённых проблем этой по сути важной науки цифрового мира до недавнего времени было неоправданно много, что в значительной мере определяется приверженностью весьма большого числа учёных, работающих в этой сфере, алгебраическим основам этой теории. Но, как уже давно известно, оптимальное решение, т. е. наилучший по вероятности необнаруженной ошибки результат при декодировании кодов, во многих случаях может быть достигнут и при поиске глобального экстремума функционала в дискретных пространствах на экспоненциально растущем с длиной кода массиве возможных решений. И такое оптимальное решение, но только для тщательно подобранных кодов, можно найти даже при очень высоких уровнях шума канала, что, конечно, особенно ценно.

Эти результаты и стали отправной точкой пятидесятилетних исследований автора этой монографии, получившего авторское свидетельство на такое неожиданное решение проблемы помехоустойчивого кодирования почти полвека назад. Алгебраическая теория кодирования была прекрасной стартовой площадкой на начальных этапах исследований и поисков алгоритмов коррекции ошибок. Она позволила на первом этапе изучения кодов приобщить к ним научное сообщество через многомерные дискретные поля и другие специальные математические структуры. Это создало в 60-е годы прошлого века условия для решения многих проблем достижения требуемой достоверности цифровых потоков в различных каналах. Работы автора монографии и его научной школы показали, что достижения созданной ими Оптимизационной Теории (ОТ) помехоустойчивого кодирования являются основой особенно простых алгоритмов поиска глобального экстремума функционалов, которые правильно декодируют принятые сообщения непосредственно вблизи границы Шеннона, что и является конечной целью теории кодирования. Изложению на абсолютно новом идеологическом уровне результатов ОТ и посвящена данная монография.

Напомним, что достоверность связи и эффективность использования каналов связи в решающей степени определяют именно применяемые алгоритмы коррекции ошибок, т. е. декодирования. Но большинство известных алгоритмов этого типа до недавнего времени оказывались всё ещё неоправданно медленными или слишком сложными. Проблема простого и высокодостоверного декодирования при большом

уровне шума, когда каналы используются с максимально возможной эффективностью, т. е. работа в непосредственной близости от их пропускной способности хотя и подразумевалась всегда как существующая, но фактически она очень долго не ставилась во главу угла. Это и неудивительно, т. к. для этого не было оснований из-за наличия только довольно слабых или слишком медленных алгоритмов. Даже значительный прогресс базы микроэлектроники последних десятилетий не повлиял сколько-нибудь решительно на поиск путей решения этой главной проблемы цифровой связи, сформулированной 70 лет назад Клодом Шенноном. Известные достижения теории кодирования на основе алгебраических и ряда подобных им алгоритмов за последние десятилетия так и не улучшили реальных возможностей прикладных методов этой классической теории и не указали новых путей для успешного технологического развития систем декодирования.

Именно в этих условиях в течение уже многих десятилетий в России развивается Оптимизационная Теория помехоустойчивого декодирования. Она на совершенно новом уровне успешно решает проблемы оптимального, наилучшего по достоверности декодирования при больших уровнях шума и, что крайне важно, при теоретически минимальной, линейной от длины кода сложности. А минимальная возможная сложность как раз и позволяет делать простые и очень быстрые декодеры для весьма длинных кодов, которые только и могут позволить достичь максимальной пропускной способности канала связи.

Авторы и безусловные первооткрыватели этого направления в своих, конечно же, весьма нетрадиционных по стилю и результатам книгах и статьях за эти десятилетия показали совершенно особые возможности и давно известных методов типа замечательного алгоритма Витерби (АВ), на который они недавно получили патент, и новых итеративных способов коррекции ошибок на основе многопороговых декодеров (МПД), реализующих очень эффективные процедуры глобального поиска.

Это не будет казаться слишком удивительным, если обратить внимание на то, что за истекшие 50 лет после открытия АВ увеличение на несколько порядков производительности элементной базы и развитие средств программирования на самом деле чрезвычайно сильно изменили ситуацию с соотношением возможностей почти всех алгоритмов, как открытых недавно, так и известных уже давно. Грандиозный рост возможностей электроники, например, сильно изменяет даже доступные инженерам характеристики экспоненциально сложного АВ. В этой монографии её автор показывает, что множество давно и теперь уже хорошо известных приёмов использования ряда

привычных алгоритмов позволяет на совершенно новом уровне решать задачи помехоустойчивого кодирования вполне успешно и, что очень важно, весьма просто. И весьма часто эти «старые» методы оказываются лучше «новейших» результатов в области алгебраических (и других близких к ним) алгоритмов декодирования и по эффективности, и по сложности.

Ключевой темой, определяющей ценность данной монографии, являются разнообразные результаты, убедительно демонстрирующие вполне технологичные решения поставленной 70 лет назад Клодом Шенноном проблемы простого высокодостоверного декодирования вблизи пропускной способности канала на базе Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования.

Стартовой установкой в этой новой теории кодирования стала Основная Теорема многопорогового декодирования (ОТМПД), которая говорит о том, что правильно организованные простейшие мажоритарные по своей сути итеративные алгоритмы при каждом изменении декодируемых символов строго приближаются к решению оптимального декодера (ОД), для достижения которого раньше обычно требовалось осуществлять полный экспоненциально сложный перебор, что в различных технических системах делает, например, алгоритм Витерби. Строгое доказательство ОТМПД самым революционным образом поменяло постановки задач декодирования для всех видов каналов с независимыми искажениями. Теперь стало возможным использовать МПД декодеры практически для любых классов мажоритарно декодируемых кодов и при всего лишь линейной (!) от длины кода сложности алгоритма достигать решений ОД даже при большом уровне шума канала.

Автор указал, что при решении оптимизационной задачи декодирования сформулированная им особая краевугольная для его науки ОТМПД теорема вовсе не обещает обязательного достижения решения ОД, т.е. многопороговый декодер, увы, не оптимален. Именно поэтому члены научной школы автора монографии, к настоящему времени создавшие эту полную масштабную Оптимизационную Теорию, все эти годы осуществляли поиск условий, которые должны выполняться для того, чтобы процесс успешного декодирования, т.е. поиска глобального экстремума функционала, был по возможности более долгим. Очень важно, чтобы этот поиск не прекращался где-нибудь на полпути к оптимальному решению, которым является кодовое слово, ближайшее к принятому из канала сообщению. И при этом всегда требовалось следить, чтобы сложность соответствующего декодера, естественно понимаемая как число выполняемых им операций, оставалась теоретически минимальной, линейно растущей с длиной кода

даже при больших уровнях шума канала.

Все очевидные, а иногда и довольно неожиданные способы достижения решения ОД на основе МПД алгоритмов и ряда других методов как раз и изложены во всём своём многообразии в данной книге. Автор доступно и понятно показывает, что для большого числа каналов и кодов уже возможно достижение очень высокого уровня итоговой достоверности на основе МПД декодеров и ряда производных от них методов непосредственно вблизи границы Шеннона. Как будет видно из последующего материала, эта задача действительно уже в очень многих случаях вполне успешно решена автором и для некоторых кодовых кластеров (типичных сочетаний параметров кодов и каналов) она будет решена уже известными в ОТ методами. Поэтому автор, безусловно, является специалистом, который имеет право заявить о решении им проблемы Шеннона для всех основных типов цифровых каналов с независимыми искажениями. Задача расширения списка таких кодовых кластеров будет теперь постоянно решаться и уже многочисленными известными, и, конечно, новыми методами, а поле ОТ быстро развиваться; все условия для этого научной школой автора уже созданы.

Уровень достижений автора ОТ и в области технологической доступности алгоритмов, изложенных в этой монографии, является не менее значимым, хотя он в основном занимается фундаментальными исследованиями. Оказывается, что он и его научная школа получили целый ряд исключительно важных результатов в самых различных технологических сферах, связанных с теорией и техникой кодирования. Наиболее существенным прикладным достижением ОТ является расширение области действия ОТМПД фактически на всё множество методов итеративного декодирования линейных кодов — как блоковых, так и свёрточных: это каскадные схемы разных типов, каналы со стираниями, сверхбыстрые аппаратные и программные варианты декодеров, а также, что тоже совершенно необычно и даже неожиданно вообще для всей теории кодирования, вторично переоткрытые им символьные коды.

Символьные коды относятся к недвоичным мажоритарно декодируемым кодам. Они были открыты, как и обычные пороговые алгоритмы, основоположником этого направления, выдающимся американским учёным Дж. Мессе в 60-х годах XX века. Однако в своем анализе таких кодов он потребовал от них таких исключительно высоких характеристик, которые те в принципе не могли обеспечить. И в результате немалого вследствие этого разочарования он отказался от дальнейшего анализа таких кодовых структур. А этот отказ стал причиной того, что исследователи всего мира, фактически безусловно

поверив его мнению, в течение последующих 50 лет очень редко применяли мажоритарные алгоритмы к недвоичным кодам, которых как бы и не было. Но так получилось, что и все прочие недвоичные коды и декодеры, созданные классической алгебраической теорией за этот длительный период, тоже не стали выдающимися достижениями науки, хотя и были очень полезными во многих технических системах.

А вот автор монографии и его школа очень внимательно отнеслись к кодам, когда-то отвергнутым Мессе, чётко отделили их от прочих типов недвоичных кодов и назвали символьными. К настоящему времени они создали полную теорию для них, а также для особо простых символьных МПД декодеров на принципах глобального поиска, которые эффективно корректируют ошибки в этих кодовых структурах. И поскольку основные параметры символьных кодов, т. е. размер алфавита и длина, абсолютно независимы друг от друга, то характеристики всех этих символьных алгоритмов абсолютно и навсегда стали недостижимы для каких-либо иных недвоичных кодовых систем, не использующих методов поиска глобального экстремума функционала. Но это и неудивительно, т. к. классическая теория кодирования почти за 60 лет развития не создала ничего более эффективного во множестве недвоичных кодов, чем весьма слабые по эффективности коды Рида — Соломона, т. к. реально до сих пор можно использовать только очень короткие варианты кодов этого типа. Кстати, очень полезно обратить внимание читателей этой книги на то, что для действительно триумфального шествия символьных кодов по миру систем кодирования авторы символьных алгоритмов сразу же немного поменяли и запатентовали правило работы пороговых элементов — главных активных узлов во всех МПД, в том числе символьных. Именно этот момент и решил судьбу мирового конкурса среди недвоичных алгоритмов. Он просто не состоялся, что называется, «за явным преимуществом» символьных кодов по всем параметрам эффективности и сложности. В этом можно убедиться, читая соответствующие разделы этой монографии или ранее изданные книги и статьи автора по этой тематике. Научной школой ОТ уже опубликовано несколько книг по тематике ОТ и справочник по кодированию, а Международный союз электросвязи (МСЭ/ITU) в свой юбилейный 2015 год издал достаточно полную монографию по ОТ на английском языке. При этом важно подчеркнуть, что вообще все варианты МПД алгоритмов, несмотря на заложенные в них не всегда очевидные идеи эффективного глобального поиска, являются крайне простыми устройствами или программами с хорошо понятными принципами работы, что крайне полезно для обучения студентов и специалистов, а также для разработок и применения.

В монографии уделяется глубокое внимание и многим другим идеям, возникшим в процессе развития ОТ: принципу дивергенции, параллельному каскадированию, кодам с выделенными ветвями и другим системам и принципам организации нового, очень необычного стиля декодирования, образовавшим своё особое обширное интеллектуальное пространство парадигм ОТ. Все они действительно помогают созданию, исследованиям и реализации исключительно простых методов декодирования при большом уровне шума. Отметим, что ранее ни одного из этих перечисленных понятий в теории кодирования не было. Но их роль в ОТ и в успешном решении проблем декодирования оказалась чрезвычайно важной. Некоторые из результатов автора являются открытиями в теории кодирования.

Укажем на ещё один из наиболее значимых методологических результатов теории автора — выделение в особую группу декодеров с прямым контролем метрики (ДПКМ). Это оказалось особенно полезным и даже абсолютно необходимым при решении задач кодирования в каналах с экстремально большим уровнем шума. К группе ДПКМ научная школа автора относит все методы с использованием МПД и АВ, которые обладают важнейшим свойством точного измерения расстояний, минимизируемых этими алгоритмами. Этот подход выводит исследования декодеров на основе АВ и МПД на ещё более высокий уровень, работа на котором уже позволила получить чрезвычайно важный результат — создание и патентование блоковой версии алгоритма Витерби (БАВ) со сложностью, близкой к сложности классического АВ для свёрточных кодов. Этот результат для одного из самых главных алгоритмов прошлого века впечатляет и сам по себе, т. к. оценки сложности классической теории кодирования для других блоковых версий АВ фактически соответствуют удвоенному показателю экспоненты сложности по сравнению со свёрточными кодами, что, конечно, делало их совершенно непригодными для применения в реальных системах. Появление столь же эффективного и относительно простого метода, который долго и успешно применялся для свёрточных кодов, в своём блоковом варианте многократно упрощает процедуры коррекции ошибок для вообще всех блоковых двоичных кодов и унифицирует их на единой основе ДПКМ методов.

В монографиях по МПД и ОТ для иллюстрации многих результатов МПД алгоритмов уже неоднократно использовались возможности сетевых порталов www.mtdbest.ru и www.mtdbest.iki.rssi.ru научной школы автора, первый из которых достаточно часто обновляется. Это многократно облегчает правильное понимание результатов ОТ заинтересованными читателями. Возможности использования ресурсов этих порталов в данной монографии оказываются ещё более разнообразны-

ми и полезными.

Члены научной школы ОТ получили уже более 15 патентов на свои методы и алгоритмы, в том числе и за рубежом.

Завершая представление научно-техническому сообществу монографии профессора В.В. Золотарёва, нельзя не отметить и некоторые проблемы, связанные с его теорией. Разработка МПД алгоритмов в течение полувека исследований мажоритарных и близких к ним методов, а также их поддержка ведущими институтами отрасли связи продемонстрировали действительно широкие возможности этого направления в технологиях декодирования и полное соответствие создаваемых МПД декодеров теоретическим положениям автора. Этому способствовало и значительное количество запатентованных автором технических решений, большинство которых были проверены аппаратно, на макетах, при моделировании и другими исследователями.

Имея такую серьёзную и всестороннюю поддержку своим работам, автор монографии вполне резонно претендует на то, что его теория оказывается новым разделом теорий поиска глобальных экстремумов функционалов в специфических условиях дискретных пространств. При этом есть все первичные необходимые условия для такой постановки задачи: код, увеличение длины которого приводит к экспоненциально быстрому росту числа допустимых решений — кодовых слов и т. д. При этом весьма изобретательно придуманные автором методы действительно позволяют даже при большом шуме канала находить именно оптимальные решения для выбранных им кодов, поскольку в ОТ существуют все необходимые критерии оптимальности решения, которое соответствует достижению глобального минимума расстояния этого решения до принятого из канала вектора.

Ситуация с ОТ сильно напоминает работу А. Витерби, который полвека тому назад фактически взял для своего крайне полезного метода декодирования уже хорошо известную процедуру из динамического программирования. Его алгоритм стал одним из основных методов коррекции ошибок в цифровой связи на многие последующие десятилетия.

В связи с этим приходится задаться вопросом, почему у автора данной монографии на самом нет пока чёткого понимания того, принадлежат ли его методы, успешно применяемые им для всех типов каналов с независимыми искажениями, к каким-либо стандартным классам процедур глобальной оптимизации. Возможно, что успешное развитие парадигм и технологий ОТ докажет принадлежность этой теории к некоторой стандартной постановке задач глобального поиска. Тогда ситуация переноса парадигм из одной научной отрасли в другую, аналогичная алгоритму Витерби, подтвердится. Внесение

определённости в этот вопрос будет способствовать применению всего арсенала теорий глобального поиска к задачам теории кодирования, что и представляет особый интерес.

Если же автор сможет обосновать свою теорию ОТ как появление безусловно нового класса задач глобального поиска, то его отдельный вклад ещё и в проблематику глобального поиска можно будет только приветствовать. В любом случае устранение очевидной неопределённости в принадлежности ОТ создаст условия для её дальнейшего успешного развития. Решение этого вопроса следует полагать весьма актуальной задачей.

Переходя к заключительным замечаниям об этой книге, скажу, что монография знаменует собой переход прикладной теории кодирования в новую фазу развития, ориентированную на создание простых эффективных алгоритмов коррекции ошибок. Она становится вполне понятной и решаемой оптимизационной проблемой в дискретных пространствах. Многие из рассмотренных в этой книге алгоритмов успешно работают в непосредственной близости от границы Шеннона, а достижение и для абсолютного большинства других алгоритмов класса ДПКМ окрестностей этой границы, как следует из ОТ, изложенной в этой монографии, уже представляется просто вопросом времени.

Особое значение выхода в свет столь важной монографии определяется тем, что 2018 год является юбилейным для теории кодирования: 70 лет назад Клод Шеннон выдвинул проблему простого и эффективного декодирования перед наукой и техникой в своей замечательной статье «Математическая теория связи». Отрадно найти её успешное решение в этом юбилейном году в монографии российского учёного.

Академик РАН,
Лауреат Государственной премии СССР

Н.А. Кузнецов

От автора

Выход в свет в 1963 году книги Дж.Л. Месси «Пороговое декодирование» ознаменовал новый этап в развитии техники помехоустойчивого кодирования. Ясное описание очень простых методов со вполне удовлетворительными характеристиками определило в те годы их место в различных реальных системах связи.

Последующее появление в 1967 году алгоритма Витерби вывело технику кодирования на принципиально новый уровень качества связи благодаря возникшей возможности существенно более эффективного кодирования, поскольку предложенный алгоритм обеспечивал в гауссовском канале оптимальное декодирование кодов небольшой длины. Это стало причиной привлечения большого числа специалистов по теории и технике кодирования к проблеме повышения именно эффективности кодирования, поскольку в те годы всем казалось, что быстрый рост возможностей цифровых технологий позволит очень просто строить каскадные и другие всё более сложные схемы кодирования. В связи с этим обстоятельством проблема сохранения простоты реализации декодеров на длительное время осталась как бы в тени, хотя формально требование более простого декодирования, конечно, вместе с задачей большей его эффективности никогда не снимались с повестки дня.

Напомним, что полезность применения кодирования, мера его эффективности, например, в технике связи при передаче двоичных данных обычно определяется параметром энергетического выигрыша кодирования (ЭВК), который просто характеризует величину кажущегося увеличения мощности передатчика системы связи, использующей хорошие методы кодирования и, главное, последующего высокодостоверного декодирования принятого цифрового потока. А поскольку этот эффект может достигать величины 3, 5, 10 и даже более раз (свыше 10 дБ), то становится понятной исключительная важность применения кодирования, которое создает для системы связи столь большой запас по мощности передатчика. Если в 1980 году известный американский специалист, автор классических книг по теории кодирования Э. Берлекэмп в одном из своих обзоров утверждал, что каждый децибел снижения энергетики канала связи благодаря использованию кодирования в те времена оценивался в миллион долларов, то при современном масштабе цифровых сетей экономическая ценность применения кодирования возрастает ещё во много десятков раз. Этот важнейший энергетический ресурс создаёт возможность существенного повышения скорости передачи цифровых данных, значительного снижения размеров очень дорогих антенн, многократного увеличения

дальности связи, а также многих других весьма важных достоинств цифровых систем связи, использующих помехоустойчивое кодирование. Этим и определяется особая ценность для всей отрасли телекоммуникаций работ по созданию эффективных декодеров, в связи с чем на десятках ежегодных международных конференций вопросы помехоустойчивого кодирования всегда оказываются среди самых актуальных.

Поэтому исследования алгоритмов мажоритарного типа продолжались, хотя и с меньшей интенсивностью, т. к. их эффективность сначала была не очень высокой. Несмотря на это в 2018 году исполняется 40 лет со дня защиты первой кандидатской диссертации по новым итеративным алгоритмам декодирования мажоритарного типа. А недавно отмечались 25 лет со дня защиты докторской диссертации по этой же тематике, которая недавно была уже гораздо более полно представлена в новой монографии нашей научной школы по Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования [4]. Её результаты подготовили научную общественность к возможности масштабного обобщения всех результатов по итеративным методам коррекции ошибок в самых различных каналах с независимыми ошибками. Эффект от этой публикации был достаточно сильным и положительным настолько, что это позволило издателю ряда книг по многопороговым алгоритмам декодирования (МПД) и справочника по кодированию недавно повторно выпустить в свет монографию по этой тематике, первое издание которой было напечатано ещё в 2006 году. Отметим, что впервые в издательстве «Наука» результаты по многопороговым алгоритмам, включая Основную Теорему многопорогового декодирования, были опубликованы ещё в 1981 году [2].

Таким образом, можно считать, что российские читатели были в течение всего прошедшего времени достаточно хорошо информированы о состоянии исследований по тематике эффективного декодирования на основе мажоритарных процедур, наиболее простых в реализации по сравнению с другими методами. Результаты применения таких усовершенствованных мажоритарных алгоритмов, названных многопороговыми декодерами, оказываются к настоящему моменту уже практически совпадающими с оптимальными, т. е. мало отличающимися по выходной вероятности ошибки от характеристик переборных алгоритмов для этих же кодов даже вблизи пропускной способности канала. Это было показано участниками нашей научной школы по Оптимизационной Теории кодирования как теоретически, так и при моделировании работы соответствующих процедур для специальных кодов, удовлетворяющих ряду весьма строгих, но совершенно понятных требований, а также при создании аппаратуры

кодирования на ПЛИС в ряде организаций. Декодеры, построенные в соответствии с изложенными ниже принципами, уже успешно внедрены в многочисленных системах связи. Во всех случаях программной и аппаратной реализации предлагаемых далее методов многопорогового декодирования, пять поколений которой были созданы в НИИ Радио, ведущем институте Минсвязи, и в других организациях, были получены ожидаемые автором и разработчиками систем связи характеристики. Существенно, что уже тогда они были иногда совершенно недоступны для других известных алгоритмов коррекции ошибок с разумной сложностью реализации.

Напомним те основные положения, которые фактически и позволили поднять эффективность исключительно простых алгоритмов порогового типа до уровня оптимальных переборных процедур. Они состоят всего из двух пунктов, обеспечивших решение принципиально новой для теории кодирования задачи повышения качества декодеров мажоритарного типа, реализующих процедуры поиска глобального экстремума функционалов от очень большого числа переменных.

1. Мажоритарные алгоритмы могут быть чрезвычайно эффективными. Существуют весьма простые алгоритмы МПД, которые обладают свойством строгого приближения к оптимальному решению на всех шагах декодирования до тех пор, пока продолжается процесс изменения декодером символов принятого сообщения. При таком подходе задача декодирования превращается в проблему поиска глобального экстремума функционала от большого числа переменных в дискретных пространствах, что тысячекратно раздвигает горизонты исследований, разработок и применения принципов оптимальной коррекции ошибок.

2. Эффект размножения ошибок (РО) при пороговом декодировании действительно очень сильно ограничивает возможности мажоритарных процедур декодирования. Но этот эффект вполне управляемый. Его правильная интерпретация помогает сформировать требования и критерии, по которым можно строить на основе оптимизационных процедур коды с очень малым уровнем размножения ошибок на выходе соответствующего им декодера, что и позволяет, в конечном счете, чрезвычайно улучшить эффективность итеративных процедур порогового типа.

Первое свойство оказывается по существу совершенно неожиданным. Но, действительно, после незначительной, но принципиальной модификации обычного порогового декодера, превращающей его в многопороговый, новый алгоритм на самом деле приобретает уникальное свойство стремления к оптимальному переборному решению, если выполнены весьма простые условия. А поскольку при этом алгоритм

при всех изменениях непрерывно измеряет расстояние между принятым вектором и текущим решением-гипотезой о переданном векторе, то он на самом деле реализует процедуру поиска глобального экстремума (конкретно: минимума этого расстояния) при действительно всего лишь линейной от длины кода сложности самого алгоритма. Представляется правдоподобным, что никакие другие известные в настоящее время методы коррекции ошибок не обладают подобными свойствами. Новое понимание декодирования как поиска глобального экстремума подключает к теории кодирования совершенно грандиозное число теорий, методов и стилей, созданных различными теориями глобальной оптимизации для максимально быстрого поиска этого экстремума в предельно сложных условиях большого уровня шума.

А второе из приведенных выше утверждений заслуживает длительного обсуждения и серьёзного обоснования, что и сделано в одной из глав этой книги. Успешное решение этой сложной проблемы РО действительно позволило создавать коды, которые особенно эффективны при их применении именно в МПД.

Мы надеемся, что на многие естественные вопросы по проблеме сложности, эффективности и технологичности кодирования и многопорогового декодирования читатели этой книги получат достаточно содержательные ответы. В случае заинтересованности они, несомненно, смогут сами продолжить весьма перспективные для всех систем связи исследования МПД процедур, которые уже нашли свое место в целом ряде разработок.

Как будет показано далее, при создании новых алгоритмов и соответствующих им кодов основной задачей исследователей становится максимально аккуратное и оптимизированное по очень многим критериям одновременное проектирование декодера и применяемого в нем кода. Иначе говоря, простота реализации МПД достигается за счёт более трудоёмких и тщательно организованных этапов проектирования кода и конкретных алгоритмов его декодирования. В этом случае проблема сложности реализации алгоритма целенаправленно трансформируется таким образом, чтобы технологические задачи построения более эффективного декодера решались именно за счёт тех компонентов сложности, увеличение которых наиболее доступно или даже полезно. Например, в абсолютном большинстве случаев минимизации вычислительных затрат МПД объём его операций декодирования при сопоставимой эффективности оказывается на 2–3 десятичных порядка меньшим, чем для других алгоритмов, именно за счёт значительного объёма памяти декодера, использующего весьма длинные коды. Понятно, что это иногда совершенно необходимо в высокоскоростных системах связи при большом уровне шума. Нелишне указать и на

то, что и вблизи пропускной способности канала алгоритмы МПД сохраняют реальную умеренную сложность, вполне доступную современным технологиям, тогда как прочие методы в этой области шума оказываются вообще неработоспособны.

Более системное, чем ранее, изложение методов и парадигм ОТ, а также новых результатов, полученных на их основе, позволяет, как надеется автор и члены его научной школы, составить достаточно глубокое понимание о состоянии исследований по ОТ и о полезности её приложений. Главным научным результатом ОТ, представленным в данной книге, является давно уже ожидаемое достижение этими алгоритмами, составляющими основу ОТ, рабочей области в непосредственной близости от границы Шеннона для многих типов каналов, традиционных для теории кодирования. В книге описан целый ряд различных методов и подходов для реального достижения этого главного целевого для теории информации результата. Все они действительно позволили решить эту сложнейшую в идеологическом плане задачу на вполне приемлемом уровне технологической сложности предлагаемых алгоритмов.

Следует особенно подчеркнуть важность высокого качества используемых в МПД кодов по критериям малой подверженности размножению ошибок (РО). Эти коды должны быть весьма длинными. Решаемая в этой монографии задача максимального приближения к границе Шеннона получила своё практическое воплощение в реальных и весьма простых схемах МПД декодирования для всех типов каналов с независимыми ошибками именно благодаря тому, что такие коды удалось построить. Отличие рабочих областей МПД алгоритмов от границы Шеннона в гауссовских каналах лишь на 1 дБ, а также совсем небольшое расстояние между пропускной способностью канала C и кодовой скоростью R в стирающих и в недвоичных каналах хорошо демонстрируют полный успех ОТ в решении проблемы эффективной работы простейших алгоритмов около этой абсолютно упругой и недостижимой границы. Особенно полезна для простой реализации МПД даже при экстремально большом уровне шума способность этого алгоритма достигать при собственной линейной от длины кода сложности решений оптимального переборного декодера, изменяя контролируемые символы по одному, что и позволяет создавать аппаратные версии этих алгоритмов с теоретически максимальным быстродействием. Однако задержки принятия решений из-за большого числа итераций в свёрточных МПД и значительных длин используемых кодов с малым уровнем РО оказываются довольно большими, доходящими в отдельных случаях до величин нескольких мегабитов. Это неизбежно при большом уровне шума вблизи пропускной спо-

способности канала и вполне допустимо и даже необходимо для многих спутниковых и оптических линий связи.

Но после решения принципиальной проблемы простого декодирования, поставленной Шенноном, следующим этапом развития ОТ, как мы полагаем, будет создание более коротких по задержке итеративных процедур в рамках ОТ, которые будут весьма полезными при меньших задержках принятия решения, в том числе и для блоковых кодов, хотя для этих кодов в нашей книге уже указано большое множество хороших реализаций МПД процедур. Одним из таких направлений, которые уже обеспечивают значительное уменьшение задержки решений МПД, являются методы простого и весьма удобного каскадирования работы МПД с очень короткими внешними кодами, публикаций по которым уже достаточно много. Такие перспективные решения уже описаны и в третьей главе нашей книги. А другой многообещающий подход к решению этой задачи состоит в замене простейшей пороговой функции в МПД на несколько более сложные процедуры, которые будут тоже чрезвычайно полезными для сокращения числа итераций декодирования во всех основных типах каналов. Возможно, более сложные решающие правила для итеративных декодеров в рамках ОТ понизят и требования к используемым кодам, что ещё более сократит за счёт небольшого (!) усложнения вычислений задержку решений, что будет особенно полезным для блоковых кодов. Эту задачу, возможно, будут решать исследователи и разработчики ОТ и МПД уже в последующие годы.

Внимательный читатель, конечно, отметит, что многие свойства и возможности представленного в книге алгоритма МПД и других методов, относящихся к теории ОТ, как и в ранее изданных монографиях, многократно рассматриваются и комментируются в различных разделах книги с разных позиций. Автор признаёт, что это действительно так. И в данной монографии (как и в предыдущих) это тоже сделано с единственной целью наиболее полного, всестороннего и в то же время максимально понятного доказательства или объяснения не очень обычных свойств и возможностей многопороговых декодеров, различных модификаций алгоритма Витерби, Основной Теоремы многопорогового декодирования и многих новых парадигм ОТ. Такой способ изложения материала диктуется тем, что, хотя все ключевые результаты получены достаточно простыми методами, многие из них всё же не использовались ранее в публикациях по теории и технике кодирования и являются для этой отрасли науки совершенно новыми. Это требует очень аккуратного и постепенного предъявления во многих случаях не совсем простых и иногда даже неожиданных результатов, свойств и характеристик наших алгоритмов. Разнообразные ком-

ментарии и формы изложения материала, как нам представляется, облегчают читателю задачу понимания представленных в книге результатов, для усвоения которых иногда всё-таки требуются немалые усилия и время.

Мы очень надеемся, что немалую поддержку усилиям читателей окажут материалы наших двуязычных сетевых порталов по теории кодирования, МПД алгоритмам и ОТ: www.mtdbest.ru от РГРТУ и www.mtdbest.iki.rssi.ru от ИКИ РАН. На них представлено в общей сложности более 600 информационно-справочных и научно-методических блоков данных. Теперь на них не только размещены многие демо-программы по наиболее известным в мире алгоритмам коррекции ошибок, но и наши новые программные платформы. Читатели могут теперь переписать на свои компьютеры эти новые удобные программные средства изучения МПД и сразу начинать исследовательскую работу по мажоритарным алгоритмам, меняя коды и их исследуемые параметры, а также характеристики алгоритмов декодирования и каналов в весьма широких пределах, вполне соответствующих всем традициям полноценной научной работы. Достоинства такого подхода к предварительным исследованиям по ОТ уже смогли подтвердить и наши зарубежные коллеги, которые высоко оценили новые возможности, предоставляемые нашими программными платформами для более близкого знакомства с ОТ и её парадигмами, алгоритмами и технологиями. Успешность совместной работы такого типа хорошо подтверждается нашим первым успешным зарубежным патентом на МПД. Эта деятельность тоже будет развиваться. Использование гибких программных платформ позволяет заметно расширить область параметров, которыми можно управлять в экспериментах по МПД декодированию, в том числе и самими кодами, которые можно менять по желанию экспериментатора. Опыт издания нашего справочника по кодированию [1] показывает, что он также полезен многим читателям при изучении различных методов коррекции ошибок, в том числе и МПД декодеров.

В качестве последнего замечания автор считает полезным подчеркнуть, что все исходные предпосылки исследования, теоретические результаты, вытекающие из них практические следствия и выводы по результатам представленного исследования по-прежнему чрезвычайно просты. Они связаны только с самыми общепринятыми понятиями теории вероятностей, теории и прикладных вопросов помехоустойчивого кодирования и не требуют знаний специальных разделов других сложных дисциплин. Именно эта возможность взглянуть на потенциальные возможности кодов и многопороговых процедур, исходя только из самых простейших теоретических соображений и

здорового смысла, создает условия для очень быстрого обучения студентов и специалистов новым возможностям техники кодирования на основе МПД алгоритмов, простых методов достижения оптимальных решений на основе теорий и методов поиска глобального экстремума.

Автор считает своим приятнейшим долгом поблагодарить всех членов нашей научной школы, многолетняя активная работа которых создала возможность написания этой книги, своего надёжного и всё понимающего коллегу д.т.н., профессора Г.В. Овечкина и воистину огромное количество наших помощников, энтузиастов и просто высокопрофессиональных специалистов, которые в течение многих лет участвовали в проведении исследований и применении полученных результатов в конкретных системах и проектах.

Большую поддержку работам по МПД и ОТ оказывали МФТИ, Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР, НИИ «КВАНТ», НИИ Радио, Воронежский НИИ связи, ЛЭИС им. М.А. Бонч-Бруевича, ИКИ РАН и Рязанский ГРТУ.

Наверное, пятидесятилетние исследования МПД не могли бы быть представлены в своём нынешнем виде, если бы не поддержка академиков РАН А.И. Берга, В.К. Левина, Н.А. Кузнецова, Л.М. Зелёного, члена-корреспондента РАН Ю.Б. Зубарева, профессоров Э.М. Габидулина, С.И. Самойленко, Ю.Г. Дадаева, В.И. Коржика, А.Н. Пылькина, В.В. Витязева, а также докторов технических наук С.В. Аверина и Р.Р. Назирова, которые высоко оценили представленные материалы исследований, участвовали в работах по анализу наших алгоритмов и очень способствовали их признанию научно-технической общественностью.

* * *

Для получения наглядного представления об эффективности работы МПД читателям предлагается небольшой демонстрационный мультфильм-программа, предназначенный для работы на IBM PC-совместимом компьютере под управлением ОС Windows, в котором проиллюстрированы некоторые важнейшие особенности процедур декодирования многопорогового типа в классическом ДСК при исправлении ошибок в условиях большого уровня шума этого двоичного канала. По опыту издания ряда предыдущих книг по тематике МПД и ОТ именно такая небольшая предварительная подготовка психологического плана с помощью предлагаемой демо-программы создаст необходимые эмоциональные и гносеологические предпосылки для плодотворной последующей работы с этой книгой над нашими новыми алгоритмами. Инструкцию по работе с демонстрационной программой

и сам мультфильм можно переписать со специализированного портала ИКИ РАН www.mtdbest.iki.rssi.ru на странице описания методов МПД или с аналогичного портала РГРТУ www.mtdbest.ru. Мультфильм наглядно показывает процесс строгого уменьшения расстояния последовательности текущих решений блокового многопорогового декодера до принятого из канала сообщения, хорошо иллюстрируя работу простого, но очень мощного процесса поиска экстремума (конкретно: минимума) расстояния решения декодера до этого сообщения.

Там же можно найти самую разнообразную дополнительную оперативную информацию по МПД алгоритмам, учебно-методические материалы, большое количество статей, книг и презентаций по ОТ, её парадигмам и технологиям, а также по алгоритму Витерби, дивергентному декодированию, декодерам с прямым контролем метрик и по другим вопросам.

Целый ряд проблем, относящихся к общим постановкам задач кодирования и конкретным возможностям МПД алгоритмов, также рассмотрены на нашем сайте в разделах ответов на вопросы, которые позволяют более точно и образно оценивать возможности систем кодирования на основе алгоритмов МПД и общих принципов ОТ.

Там же представлена переписка с редакциями научных журналов, что тоже помогает понять условия развития исследований в сфере ОТ.

Значительную поддержку в изучении методов декодирования на основе МПД алгоритмов нашим читателям могут оказать три очень полезные лабораторные работы, которые можно переписать с образовательных страничек («Обучение») наших сетевых ресурсов, указанных выше (гиперссылка [72]), распаковать их и предложить радиотехническим кафедрам ВУЗов для студентов и системы профессиональной переподготовки специалистов в области телекоммуникаций.

Дополнительные сведения по многопороговым декодерам и другим полезным методам коррекции ошибок можно найти в нашем справочнике [1] и в монографиях [2–5].

Ваше мнение о книге и предложения по её улучшению направляйте по адресу: Россия, 117997, г. Москва, ул. Профсоюзная, д. 84/32, ИКИ РАН, в.н.с. отдела 71, В.В. Золотарёву, а также на электронную почту zolotasd@yandex.ru.

Автор

Введение

Быстрый рост объемов обработки данных, развитие цифровых систем вещания и вычислительных сетей предъявляют весьма высокие требования к минимизации ошибок в используемой дискретной информации. Переход всех видов создания, хранения, использования и передачи данных, а также средств вещания на цифровые методы, происходящий сейчас во всём мире, ещё более повышает важность высококачественной передачи цифровых потоков. Успешная работа этих систем возможна только при наличии специальной эффективной аппаратуры, которая позволяет гарантировать достоверную передачу информации. Важнейший вклад в повышение достоверности обмена цифровыми данными вносится теорией помехоустойчивого кодирования, создающей всё новые методы защиты от ошибок, базирующиеся на использовании корректирующих кодов.

Возможность использования тех или иных алгоритмов коррекции ошибок в системах без обратной связи, где нельзя организовать переспрос или он возможен достаточно редко, определяется весьма жёсткими требованиями, предъявляемыми к этим алгоритмам, например, по числу операций в случае их программной реализации или по размерам, помехоустойчивости, быстродействию, энергопотреблению и технологичности при проектировании специализированных БИС. Большое число регулярно издающихся монографий, посвященных различным аспектам теории помехоустойчивого кодирования, и десятки международных конференций по этой тематике, организуемых каждый год во всём мире, свидетельствует об огромной сложности и чрезвычайной актуальности проблемы эффективного декодирования.

Данная книга посвящена новому этапу развития Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования и создаваемым на её основе методам коррекции ошибок в цифровых данных на базе итеративных мажоритарных алгоритмов декодирования, к которым последнее время вновь привлечено внимание специалистов в области систем связи. Новое состояние теории кодирования основано на технологиях и идеологии ОТ, а также на достижениях во всех основных типах каналов с независимыми искажениями уровня помехоустойчивости, соответствующего непосредственной близости к границе Шеннона, т. е. простому высокодостоверному декодированию в таких каналах при кодовой скорости R , близкой к пропускной способности канала C : $R \lesssim C$.

Подчеркнем, что реализация высокоэффективных алгоритмов вблизи границы Шеннона требует использования только длинных ко-

дов и сложности декодирования, которая должна расти с увеличением длины кода не более, чем линейно. Именно такими и оказываются МПД декодеры и другие методы на их основе, представленные в данной книге. Но достижение алгоритмами МПД решений оптимального (переборного!) декодера при линейной от длины кодов сложности их реализации полностью исключает из дальнейшего конкурса алгоритмов все процедуры, основанные на методах алгебраической теории кодирования, т.е. коды БЧХ и коды Рида — Соломона (РС), а также последовательные процедуры для свёрточных кодов. Видимо, это же относится и к некоторым последним «новым» достижениям теории кодирования — полярным и другим кодам, если они не предъявят, наконец, достаточно содержательные результаты по реальной сложности и эффективности предлагаемых ими алгоритмов декодирования. Это дополнительно повышает важность достижений ОТ.

Мажоритарные декодеры рассматривались ранее как в классических монографиях Л.Ф. Бородина [7], Дж. Мессис [8], В.Д. Колесника и Е.Т. Мирончикова [9], Л.М. Финка [62], так и в книгах [10–12], изданных позднее. Существенным достоинством порогового (мажоритарного) декодирования оказалась возможность эффективного многократного улучшения решений этого декодера, которая была доказана, в частности, ещё 1981 г. в коллективной монографии издательства «Наука» [2] на примере систематических свёрточных кодов.

Данная книга посвящена изложению различных новых аспектов Оптимизационной Теории помехоустойчивого кодирования и результатов обобщающих исследований многопороговых декодеров для двоичных и недвоичных кодов, используемых для передачи сообщений по каналам с ошибками и стираниями. Особое внимание уделяется решению проблемы минимизации объёма вычислений при сохранении максимально высокой энергетической эффективности кодирования и небольшой сложности декодирования.

Основными целями предпринятого теоретического и экспериментального исследования, изложенного в данной книге, являлись

- теоретическое обоснование методов многопорогового кодирования линейных кодов, сопоставимого по эффективности с лучшими известными алгоритмами;
- анализ специальных методов кодирования с использованием парадигм ОТ и МПД, эффективно работающих вблизи пропускной способности.

Структурно монография состоит из шести глав.

В первой главе введены основные понятия и определения, используемые в последующих разделах. Кроме того, тут представлены базовые сведения по обычным пороговым декодерам (ПД) для двоич-

ных и символьных кодов.

Во второй главе сформулированы основные принципы многопорогового декодирования для двоичных симметричных каналов, доказано стремление решений декодеров этого типа к решению оптимального декодера и указано на природу МПД алгоритма как на реализацию процедуры глобальной оптимизации функционала от большого числа переменных для частного случая дискретных математических пространств. Затем этот принцип роста правдоподобия решения МПД обобщается на двоичные гауссовские каналы при использовании «мягких» модемов, недвоичные и несистематические коды, а также на каналы со стираниями. В конце главы рассмотрены предельные возможности МПД различных типов и проблема размножения ошибок при мажоритарном декодировании, решение которой позволило многократно улучшить характеристики МПД и других связанных с ними методов.

В третьей главе на основе публикаций самого последнего времени предъявлены наиболее важные результаты по алгоритмам ОТ, включая конкретные характеристики этих алгоритмов в непосредственной близости от границы Шеннона. Материалы этой главы имеют большую самостоятельную ценность, т. к. все разделы этой главы являются законченными опубликованными работами и характеризуются очень высокой информационной плотностью излагаемого материала. Поэтому при глубокой идеологической связи этой главы с содержанием остальных частей монографии все её разделы полностью автономны, как и отдельные для каждой из них списки использованной литературы. Мы полагаем, что это окажется удобным и читателям книги, которые могут без обращения к её другим главам или иным публикациям полностью понять содержание этих самостоятельных статей-параграфов. Разумеется, ссылки на литературные источники за пределами третьей главы являются сквозными для всей книги, что соответствует сложившимся традициям.

В четвертой главе описаны результаты, полученные с учётом новых парадигм ОТ, которые позволяют дополнительно повысить эффективность оптимизационных процедур, используемых для поиска решений оптимального декодера. Детально рассмотрены вопросы эффективности декодирования, которые и определили передачу ОТ от классической теории лидирующей роли в создании прикладных методов в этой сфере теории информации.

Пятая глава посвящена изложению основных потенциально перспективных методов, средств, систем и технологических приёмов, которые смогут ещё более повысить эффективность работы алгоритмов ОТ в ближайшем будущем. Эта глава очень важна для понимания

необходимого технологического уровня, которого надо достичь для успешного дальнейшего развития исследований МПД, АВ, дивергентного кодирования и прочих методов ОТ. Только в этом случае можно в дальнейшем достичь новых результатов в этой области. Полная неизбежная смена технологического и идеологического обеспечения исследований теории кодирования в области глобальной оптимизации функционалов уже состоялась. Сейчас только этот подход является фактически единственным средством оптимального декодирования длинных кодов вблизи границы Шеннона, что и определяет текущие возможности развития прикладных методов всей теории кодирования.

В шестой главе кратко рассмотрены перспективы новой теории, которые, как мы предполагаем, будут гораздо более масштабными, чем их описал автор.

В заключении сформулированы обобщающие выводы по проведенному исследованию.

Предполагается, что наши читатели знакомы с теорией вероятности, основами теории кодирования и базовыми методами вычислений в конечных полях. Никаких излишне сложных соотношений, свойств и результатов из теории конечных полей в предлагаемой читателям книге использоваться не будет. Это позволит сосредоточить основные усилия при чтении данной монографии именно на понимании свойств и возможностей изучаемых многопороговых алгоритмов и на реализации различных идей оптимизации функционалов, что, несомненно, поможет заинтересованным читателям хорошо сориентироваться в современной проблематике построения систем помехоустойчивого кодирования и с максимальной степенью уверенности выбирать пути дальнейшего повышения эффективности таких систем.

Обращаем внимание наших читателей, что в связи с ограниченным объёмом книги многие разделы изложены очень кратко, а некоторые темы, которые излагались в других наших публикациях, сокращены или опущены. При этом мы старались сделать все необходимые ссылки и краткие комментарии по поводу отсутствующего в этой книге материала. Такой подход позволил нам сосредоточиться на изложении только самых новых результатов, некоторые из которых, возможно, ещё не опубликованы достаточно полно даже в статьях по тематике ОТ. Таким образом, знакомство с вопросами итеративного многопорогового декодирования как с проблемой оптимизации специфических для теории кодирования функционалов мы старались сделать по возможности более понятным и точным.

Дополнительные информационные, научные и учебно-методические материалы по ОТ и МПД алгоритмам можно найти на специализированном веб-сайте ИКИ РАН www.mtdbest.iki.rssi.ru и на нашем

постоянно обновляемом аналогичном портале РГРТУ www.mtdbest.ru. Напоминаем также, что для более глубокого изучения ОТ, МПД декодеров, алгоритмов Витерби в их различных модификациях и каскадных схем с использованием кодов контроля по чётности (ККЧ) мы увеличили в книге количество конкретных ссылок на демо-программы этих алгоритмов, которые также можно найти на наших порталах. Обращение к наглядным примерам, которые характеризуют те или иные теоретические результаты одновременно и в практической плоскости, обычно помогает быстрее и глубже понимать оптимизационный характер абсолютно всех эффективных алгоритмов декодирования как для двоичных, так и для символьных кодов.

В данной монографии, как это можно видеть, не очень много ссылок на работы по ОТ и МПД алгоритмам, хотя самые обязательные, конечно, указаны. Гораздо большее число ссылок, включая дополнительную литературу по этой тематике есть в [3–5, 36–38].

Члены нашей научной школы полагают, что выход в свет нашей монографии в этом 2018 году, юбилейном для публикации великой работы Шеннона [14], послужит дальнейшему всестороннему развитию теории кодирования в нашей стране и в мире.

Возможно, что эта обобщающая монография по ОТ, методам поиска глобального экстремума функционалов и многопороговым алгоритмам, успешно работающим непосредственно вблизи границы Шеннона, использующая простые, но иногда совершенно новые для теории кодирования парадигмы, технологии и подходы, вызовет у специалистов определённые вопросы и окажется не лишённой определённых недостатков. Автор полагает, что новые публикации нашей научной школы по тематике ОТ существенно сгладят эти недочёты.

Conclusion

Our scientific school on Optimization Theory have successfully carried out plans and has realized all our intentions to the fiftieth anniversary of the publication of amazing in its depth and at the same time for clarity of presentation J. Massey book “Threshold decoding” [25]. Published for this anniversary, our monographs [4, 5] have shown wide opportunities of the majority methods throughout in many main types channels studying in coding theory.

Very special anniversary of the new 2018 linked in information theory with truly great paper by C. Shannon [14], which was published 70 years ago and gave rise to large-scale projects for worldwide scientific and technical community to create those very necessary for our digital information world methods of errors corrections in discrete data, the existence of which he had precisely and accessibly told in that paper. This monograph is devoted to successful completion of such methods of searching which, as suggested by the supporters of our research areas, finally really solved great problem stated in that anniversary publication.

This book gives a complete solution of C. Shannon’s task of extremely simple and efficient error correction in digital arrays for all major types of communication channels. This problem was successfully solved up to the regions of noise that are directly close to the bound, known as a channel capacity, which this great American scholar has clearly defined. Although this bound is unachievable as the speed of light for material bodies, to the present time for most of main channels in coding theory technologies of decoders already exist, which allow successfully work of decoders directly in the nearest domain to this bound. It means that a fundamental and complex process of finding a solution of Shannon’s problem is completed. That quite a small remaining distance to his bound future researches can pass (of course only partially!) using methods that are already developed or yet to be created in the process of further research in Optimization Theory (OT) of error-correcting coding. Infinitely high elasticity of capacity as the speed of light, will continue to be very reluctant to allow the operation of the decoding algorithms at extremely high noise levels. But the results obtained in the energy and probabilistic characteristics of decoders for roughly a hundred and the code clusters are now quite sufficient to consider the problem completely solved and to create thousands of other similar high performance systems with very reasonable complexity of implementation. Of course, many other specific code clusters (typical parameter sets of codes and channels) will need to create methods OT already known or future, new, custom configurations for coding and subsequent decoding. Widely used set of design tools for

research and configure codecs (coders and decoders) for this aim have been created. Almost always they allow to create the required coding system acceptable to the complexity, efficiency and reliability to work close to a channel capacity.

There is no doubt that OT actively developing almost five decades will be sure to find more innovative methods and means for such projects, where the available technologies for creating efficient codecs will not be enough near to the border of the Shannon. It should be clearly understood that the complex process of coding systems design will continue to develop only with the progress of complex software systems optimization, and a powerful search for more complex classes of global extremum of functionals, which are actively and widely used in OT. Thus, the further movement of decoding technologies to the Shannon bound will be more rigidly connected with the development of computer technique and with special software than before. It's a natural way of real scientific-intensive technologies development.

The crucial point that allows to consider the problem of decoding for a large noise is completely solved, it turns out the simplicity of MTD algorithms. Decoder complexity grows with the code length only linear, i.e. with the theoretically minimum possible rate. In order to provide high decoding reliability all those powerful techniques and principles remain available that have built in classical coding theory and OT paradigms: different concatenation schemes, divergence, DDCM (decoders with direct control metrics) methods and other features. Thus obtained a complete solution of the Shannon problem corresponds to the best possible levels of complexity, noise immunity at the input and reliability at the output of coding systems.

And finally, the key point of the successful solution of complex problems of the digital world was a deep realization by many experts that the most important way to achieve of seemingly impossible dreams of theorists of digital communication just methods became of global search extremum functional theories (GSFE) realized in the specific conditions of discrete mathematical spaces. No reason to believe that there will be any competitive other methods yet and most likely never will be. Exactly theories GSFE allow us to consider only the methods of such a search with complexity proportional to the code length. Other methods with such complexity are unknown. But this approach to the problem of decoding is operable only when both correctly solved the task of code selection, which in the end, can be successfully used for finding the optimal solution with the best minimum probability of undetected error. Earlier this problem was solved in coding theory, only the by total search methods.

If we turn to the best methods of this class, we note with satisfaction that the patented by our team Viterbi algorithm for block codes with the same complexity of decoders for convolutional codes also completed the conversion of all applied problems of coding theory in the tasks of a combined global search of optimal solutions. Block VA completely eliminated from any competitions for block codes all methods developed by algebraic theory. The grouping of all types of VA and various MTD modifications in set of DDCM decoders, special algorithms only measuring the distance of their decisions to the received message, else more accurately indicates a variety of methods, which, apparently, will solve all the problems of creating good decoders in all the above meanings. Most likely, all the new algorithms of past thirty years, unrelated to the theories of search for global extremum and precise distance measurement even with the assumption of further growth of their complexity, have no prospects of movement to the Shannon limit, nor, moreover, other possibilities of development. Of course, reality of the future time will strictly check the validity of such a harsh opinion.

Thus, OT took in the whole volume of development baton of applied methods from classical algebraic theory. This is not surprising, since algebraic theory has not solved any main basic problems of its development: it did not find simple ways of error correction above the level of half the code distance, it did not overcome the difficulties of decoding in a Gaussian channel, and it has not find good algorithms with linear to code length complexity of decoding. In the group of DDCM methods they have solved all these problems of complexity in such a natural form that even VA with exponential complexity, for example, in the schemes of the concatenated type, are in their short options very simple parts of code structures. In conventional circuits the characteristics of VA are dramatically better than for algebraic algorithms also. So there are no questions about algebraic methods. A twice decrease in our patented block VA the exponent of its complexity compared to the estimates of the classical theory finally set all decoding algorithms at their own places.

Thus set by the Shannon problem is solved in OT by making use at the different decoding steps a powerful optimization procedures, including the search of global extremum of functional (SGEF). Of course, the closer a project workspace coding system to the channel capacity the number of required operations to the decoder will be somewhat greater, that is understandable. The inevitable significant delay increase of the decision making is reasonable also.

Here are the main optimization procedure of designing algorithms. First, of course, it is actually the MTD algorithm configured on the approach with every change of the controlled characters to the optimal

exhaustive search (!) the solution with a minimum of his own computational complexity. This is a typical task of finding the global minimum of the functional in a discrete space.

The second optimization mean is a powerful tool used in creating effective MTD or DDCM algorithms are method for searching codes, in the greatest extent meting the criteria of a minimum of errors propagation (EP) when decoding. Completely unique theory was created for EP, it is not like attempts 50 years ago to describe this complex process for the majority schemes. Optimization of codes on several criteria of EP improved the convergence of MTD methods to the optimal solutions.

Finally, the third and most difficult for usage global optimization procedures, there was a whole class of methods for the tuning elements of MTD decoders. This giant and difficult problem, exceeding in hundred times the effort and time for both the first techniques required to develop effective ways to accelerate the processes of such tuning, which was also done promptly and additionally has increased the rate of convergence of MTD decisions to the optimal ones.

The combination of these three basic approaches just became the nucleus of those methods that are in synergy brought the effectiveness of the MTD in complexity, noise immunity and reliability to a level that has long been inaccessible by any other methods of the classical algebraic coding theory.

Not superfluous in this connection to recall have long formed the opinion of mathematicians that the role of the theories of optimization in mathematics is as great as the role of mathematics in science generally. Thus, from the decades of the 80-th years of past century too long the transition to the efficient decoders creation only on the basis of global optimization theories is completed. With the advent OT the applied coding theory moving from classical algebraic preliminary stage to the wide application of powerful and fast optimization methods for decoding in all the technical systems providing by simple means high precision even when transmitted in a very noisy channels.

It is important to specify that a significant contribution to the OT development and its technologies bring new leading paradigm, which did not exist before in this theory at all: symbolic codes and decoders, divergence, parallel concatenation, codes with parity checks (CPC), convergent methods, and rule DDCM, clearly recommending for the implementation certain methods of the OT. The most important role here belongs to the principle of divergence, which in certain techniques far advanced MTD algorithms in a region of large noise. This principle of non-concatenating increase the code distance of the applied codes have become a powerful design tool decoding methods of all types. It may be

also indicated that parallel concatenation was first proposed by our team. Convergent methods are difficult to implement outside of the MTD algorithms, for which ones on the contrary, they are very comfortable. As for codes with parity checks (CPC), this method has become a powerful tool for efficiently encoding only when MTD algorithms become really reliable and reaching solutions of the OD. The decoders included in a concatenating scheme, implement better mutual work and improve their decisions for total the concatenated code. Concatenation in accordance with these principles for all class DDCM algorithms provides an extremely simple solutions to all issues of high reliability decoding when a large noise level for the long time.

A wide range of potential opportunities and new directions for the development of decoding algorithms, briefly described in the last sections of the book also indicates completely limitless perspectives of OT, a new “quantum mechanics” in information theory.

We believe that it was possible to announce the change of leading ideology in applied coding theory roughly 15–20 years ago when all the important problems of efficiency have already been solved for symbolic codes and erasing channels’ algorithms. At the same time for Gaussian channels MTD algorithms successfully worked with energy exceeding the level of the of the Shannon’s bound no more than 2 dB. However, the level of development of the OT ideology and the available computing technology did not allow us in those years to find optimization methods that would approach the workspace of MTD algorithms in Gaussian channel to a channel capacity at least to the level of the one and a half decibels. So we took then the very right decision to improve further at that time characteristics of MTD decoders in Gaussian channels and only later to announce the solving Shannon’s task. It is now quite feasible MTD algorithms work at the energy level, which is only 26% higher than the power level of the principally unattainable bound of Shannon. Such features are unavailable to any other decoding algorithms. This allows us to say right now about a complete change of leadership in all practical problems in coding theory to this new “quantum mechanics” of our scientific school, called Optimization Theory of error-correcting coding.

As we noted at the beginning of the book, among a wide variety of areas and methods of research in the field OT and the iterative MTD algorithms a significant field for further research can create entirely new areas and methods. It is possible that some of them will develop this theme in the direction of replacing the simple threshold functions in the MPD for a slightly more complex decision rules within OT and DDCM. The main feature of this trend, we believe, should be to reduce the number of iterations and decrease the length of codes used. If the

decision delay of new types of iterative MTD algorithms will be less than, for example, for convolutional MTD decoders presented in this monograph than it will allow to apply these methods in systems that use shorter codes with a high level of reliability and else more simple decoding. Time will tell how realistic are these expectations of our scientific schools followers.

There is no doubt that a great variety of possible schemes for global searching creates a wide intellectual field to create a large set of methods to construct new codes, algorithms and technologies. At this basis inquisitive researchers, designers and engineers will write new pages in OT and will offer for our civilization the best systems to ensure a high level of reliability in transmission and data storage for today's digital information world.