Предисловие

В науке нет широкой столбовой дороги, и только тот может достичь её сияющих вершин, кто, не страшась усталости, карабкается вверх по её каменистым тропам.

К. Маркс

Книга представляет собой обработанные и несколько расширенные записи лекций по курсу математического анализа, которые автор многие годы читал на факультете прикладной математики Института криптографии, связи и информатики. По форме изложения — это нечто среднее между учебником и конспектом лекций. Автор стремился «соединить доступность изложения, свойственную учебнику, с краткостью конспекта» [1; с. 5]. Насколько ему это удалось — пусть судит читатель.

Объем материала соответствует программе курса анализа, читаемого в течение первых двух лет обучения на механико-математических и физико-математических факультетах университетов и других вузов с повышенной математической подготовкой (с некоторыми добавлениями), за исключением следующих разделов: кратные интегралы, метрические и топологические пространства, криволинейные интегралы, дифференциальные формы и элементы теории поля. Тему «Кратные интегралы» целесообразно рассматривать в курсе «Теория меры и интеграла», так что практикуемое в курсе анализа изложение теории кратных интегралов Римана не вызвано существенной необходимостью (хотя простейшие типы таких интегралов рассматриваются в книге). Излагаемые обычно в анализе элементы теории метрических и топологических пространств до некоторой степени «повисают в воздухе», поскольку в курсе анализа почти нет примеров метрических пространств с метрикой, отличной от евклидовой (исключение составляет пространство $C_{[a,b]}$, а также некоторые экзотические примеры), так что для нужд анализа, как правило, вполне достаточно теории конечномерных евклидовых пространств над полем вещественных чисел. То же справедливо и в отношении топологических пространств, так как при рассмотрении этих вопросов в курсе анализа не изучаются топологические пространства, не являющиеся метризуемыми, существование которых как раз и оправдывает переход к более общему понятию топологии. По мнению автора, место этих разделов — в курсе функционального анализа. Наконец, элементы теории криволинейных интегралов и дифференциальных форм излагаются (в двумерном варианте) в курсе теории функций комплексного переменного (включая формулу Грина), где они непосредственно и применяются.

Несмотря на наличие большого количества учебников, курсов лекций и учебных пособий по математическому анализу, как отечественных, так и переводных, автор не пытался кого-либо копировать. Однако при написании книги были использованы идеи, заимствованные из [5, 29] и, особенно, [22] — эти издания послужили вдохновляющими примерами.

Материал книги разбит на главы. Нумерация осуществляется по следующему принципу: параграфы нумеруются в пределах каждой главы, причем номеру параграфа предшествует номер главы. Для утверждений используется тройная нумерация: номер главы, номер параграфа, номер утверждения. Утверждения нумеруются подряд в пределах данного параграфа независимо от их типа. При такой нумерации для случая примера цифра 6 не означает, что это шестой пример в данном параграфе, а указывает лишь общий порядковый номер в ряду выделенных утверждений параграфа. Равенство, справедливое по определению, обозначается символом $\equiv$.

В заключение хочется вспомнить своих учителей: П.С. Александрова, И.А. Вайнштейна, А.И. Узкова, И.Я. Верченко, И.Ф. Лохина, Г.П. Толстова и других.

Автор признателен товарищам по кафедре за полезные замечания, конструктивную критику и, самое главное, многолетние содержательные беседы и обсуждения.