Предисловие

Учебное пособие состоит из трех томов: «Детерминированные сигналы», «Случайные сигналы» и «Модулированные сигналы».

В третьем томе рассмотрены методы представления и описания модулированных сигналов, показана связь соответствующего математического аппарата и прикладных задач.

Книга включает пять глав и приложение.

В главе 1 «Сигналы с аналоговой модуляцией» рассмотрены сигналы с амплитудной, балансной, однополосной, фазовой и частотной модуляцией. Определены основные характеристики, рассмотрены особенности формирования и обработки сигналов, а также преимущества и недостатки различных видов модуляции. Проведена сравнительная оценка потенциальной помехоустойчивости и спектральной эффективности систем модуляции.

В главе 2 «Оптимальный прием дискретных сигналов в непрерывных каналах связи» обсуждены вопросы проверки статистических гипотез и построения логарифма функционала отношения правдоподобия, рассмотрены методы синтеза оптимальных приемников в гауссовском канале с постоянными параметрами и неопределенной начальной фазой, проведена оценка помехоустойчивости когерентного и некогерентного приема двоичных и M-ичных сигналов.

В главе 3 «Дискретные случайные последовательности и сигналы с импульсно-кодовой модуляцией» рассмотрены статистические характеристики нестационарных и стационарных дискретных случайных последовательностей. Приведено определение, рассмотрены основные типы и корреляционно-спектральные характеристики сигналов с импульсно-кодовой модуляцией. Рассмотрены методы оптимального приема сигналов с импульсно-кодовой модуляцией, проведен сравнительный анализ их спектральных характеристик и помехоустойчивости.

В главе 4 «Сигналы с двоичной дискретной модуляцией» рассмотрены сигналы с амплитудной, частотной, фазовой и относительной фазовой манипуляцией. Определены основные характеристики, рассмотрены методы формирования, когерентного и некогерентного приема сигналов, а также преимущества и недостатки различных видов манипуляции. Проведен сравнительный анализ спектрально-энергетической эффективности различных видов двоичной дискретной модуляции.

В главе 5 «Сигналы с M-ичной дискретной модуляцией» рассмотрены сигналы с M-ичной амплитудной, фазовой и относительной фазовой манипуляцией, сигналы с квадратурной фазовой манипуляцией и родственными видами дискретной модуляции (квадратурной фазовой манипуляцией со сдвигом, манипуляцией с минимальным сдвигом, манипуляцией с минимальным сдвигом и гауссовским скруглением импульсов), сигналы с квадратурной амплитудной модуляцией и M-ичной частотной манипуляцией. Приведены основные характеристики, рассмотрены методы формирования и обработки сигналов, а также преимущества и недостатки различных видов модуляции. С использованием диаграммы спектрально-энергетической эффективности проведен сравнительный анализ различных видов M-ичной дискретной модуляции.

В конце каждой главы приведен список литературы с замечаниями и ссылками.

В приложении представлены справочные формулы, определены единичная импульсная функция, единичная ступенчатая функция и функция знака, даны определения и свойства преобразований Фурье и Гильберта.

Приведено большое количество примеров, иллюстрирующих теоретический материал. Некоторая часть примеров предназначена также для того, чтобы ввести дополнительные понятия и определения. Для разграничения примеров и основного текста они завершаются символом ■.

В книге принята единая система обозначений: функции времени обозначены строчными латинскими буквами, а их спектры – соответствующими прописными буквами.

Глава 1
Сигналы с аналоговой модуляцией

1.1. Общие понятия о модуляции

Рассмотрим определение и основные виды модуляции, а также статистические характеристики модулирующего и модулированного сигнала.

1.1.1. Определение и основные виды модуляции

Модуляция – это процесс изменения одного или нескольких параметров несущего колебания (или переносчика) в соответствии с изменением мгновенных значений модулирующего сигнала $s(t)$. Модулированный сигнал зависит от времени и от модулирующего сигнала $s(t)$, поэтому его часто обозначают функцией двух аргументов $u(t) = u\left[t, s(t)\right]$.

В случае, когда модулирующий сигнал $s(t)$ описывается непрерывной функцией, модуляция называется непрерывной или аналоговой.

При описании модулированных сигналов обычно полагают, что модулирующий сигнал нормирован по амплитуде и представляет собой безразмерную функцию времени, мгновенные значения которой ограничены условием

$$\max\left|\mathrm{s}(t)\right| = 1. \tag{1.1}$$

Гармоническое несущее колебание

$$u_0(t) = U_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{1.2}$$

характеризуется тремя параметрами – амплитудой U_0, частотой ω_0 и начальной фазой φ_0. Изменяя любой из этих параметров в соответствии с законом изменения модулирующего сигнала $s(t)$, можно получить три основных вида модуляции – амплитудную, частотную или фазовую.

При этом в общем случае модулированный сигнал представляет собой квазигармоническое колебание

$$u(t) = a(t)\cos\left[\omega_0 t + \varphi(t)\right] = a(t)\cos\psi(t), \qquad (1.3)$$

где $a(t)$ и $\varphi(t)$ – огибающая и мгновенная начальная фаза сигнала $u(t)$ соответственно;

$$\psi(t) = \omega_0 t + \varphi(t) \qquad (1.4)$$

– полная мгновенная фаза сигнала $u(t)$, связанная с его мгновенной частотой $\omega(t)$ соотношениями

$$\omega(t) = \frac{d\psi(t)}{dt} \qquad (1.5)$$

и

$$\psi(t) = \int_0^t \omega(t)dt\,. \qquad (1.6)$$

При амплитудной модуляции огибающая (амплитуда) модулированного сигнала (1.3) определяется выражением

$$a(t) = U_0 + U_d s(t), \qquad (1.7)$$

где U_d – девиация амплитуды (лат. deviatio – отклонение), представляющая собой наибольшее отклонение амплитуды модулированного сигнала относительно амплитуды несущей U_0.

При частотной модуляции мгновенная частота модулированного сигнала составляет

$$\omega(t) = \omega_0 + \omega_d s(t), \qquad (1.8)$$

а при фазовой модуляции его мгновенная начальная фаза равна

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \varphi_d s(t), \qquad (1.9)$$

где ω_d и φ_d – девиация (максимальное приращение) частоты и фазы модулированного сигнала соответственно.

Системы с аналоговой модуляцией обычно классифицируют по двум основным признакам.

1. Модуляция называется прямой (безынерционной) или модуляцией без памяти, если модулированный сигнал $u\left[t, s(t)\right]$ в

любой момент времени t_0 зависит не от всего хода сигнала $s(t)$, а только от его значения в момент t_0.

В противном случае, когда модулированный сигнал $u\left[t, s(t)\right]$ зависит от прошлого течения процесса $s(t)$, модуляция является непрямой (инерционной) или модуляцией с памятью.

2. Модуляция называется линейной, если отображение

$$u(t) = u\left[t, s(t)\right] \tag{1.10}$$

из $s(t)$ в $u\left[t, s(t)\right]$ – линейное и, следовательно, производная модулированного сигнала

$$\frac{\partial u\left[t, s(t)\right]}{\partial s(t)} \tag{1.11}$$

не зависит от сигнала $s(t)$.

При линейной модуляции в спектре модулированного сигнала $u\left[t, s(t)\right]$ не возникают новые частоты, не содержащиеся в спектре сигнала $s(t)$, если не считать смещения спектра модулирующего сигнала в окрестность несущей частоты.

В случае нелинейной модуляции отображение (1.10) – нелинейное, производная (1.11) зависит от сигнала $s(t)$, и в спектре модулированного сигнала появляются дополнительные (комбинационные) частоты, отсутствующие в спектре модулирующего сигнала $s(t)$.

При задании аналитических выражений и построении временны́х диаграмм модулированных сигналов обычно используют детерминированный подход, задавая модулирующий сигнал неслучайной функцией времени.

Однако в силу того, что детерминированные сигналы, известные с полной достоверностью, не могут быть носителями информации, более строгий анализ предполагает использование стохастической модели. Поэтому определение корреляционных и спектральных характеристик модулированных сигналов обычно осуществляют при условии, что модулирующий сигнал представляет собой случайный процесс.

1.1.2. Статистические характеристики модулирующего сигнала

Нормированный модулирующий сигнал $s(t)$ является стационарным в широком смысле (при необходимости – в узком смысле) случайным процессом с нулевым средним значением

$$m_s = M\left\{s(t)\right\} = 0 \qquad (1.12)$$

и известной автокорреляционной функцией (АКФ)

$$r_s(\tau) = M\left\{s(t+\tau)s(t)\right\}. \qquad (1.13)$$

Двусторонняя спектральная плотность мощности (СПМ) сигнала $s(t)$ составляет

$$R_s(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} r_s(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau, \qquad (1.14)$$

а односторонняя СПМ имеет вид

$$R_s^+(f) = 2R_s(f)1(f), \qquad (1.15)$$

где $1(f)$ – единичная ступенчатая функция (П.22), причем эффективная ширина F_s односторонней СПМ значительно меньше несущей частоты f_0.

Средняя мощность (дисперсия) первичного сигнала равна

$$P_s = \sigma_s^2 = r_s(0). \qquad (1.16)$$

или с учетом свойства (П.51) преобразования Фурье,

$$P_s = \int_{-\infty}^{\infty} R_s(f)df. \qquad (1.17)$$

Пик-фактор сигнала $s(t)$ определяется выражением

$$\Pi_s^2 = \frac{P_{\max}}{P_s}, \qquad (1.18)$$

где $P_{\max} = \max|s(t)|^2$ его пиковая мощность. В предположении, что вероятность нарушения равенства (1.1) пренебрежимо мала и пиковую мощность нормированного сигнала $s(t)$ можно считать равной единице, равенство (1.18) приобретает вид

$$\Pi_s^2 = \frac{1}{P_s}. \quad (1.19)$$

1.1.3. Статистические характеристики модулированного сигнала

При любом виде модуляции огибающая $a(t)$ и мгновенная начальная фаза $\varphi(t)$ радиосигнала (1.3) являются медленно изменяющимися функциями по сравнению с гармоническим несущим колебанием (1.2) и, следовательно, модулированный сигнал (1.3) представляет собой узкополосный процесс, который можно представить в виде

$$u(t) = \mathrm{Re}\left[\dot{z}(t)\right] = \mathrm{Re}\left[\dot{v}(t)e^{j\omega_0 t}\right], \quad (1.20)$$

где $\dot{z}(t)$ – комплексный сигнал;

$$\dot{v}(t) = \left|\dot{v}(t)\right| e^{j\varphi(t)} = a(t)e^{j\varphi(t)} \quad (1.21)$$

– комплексная огибающая сигнала $u(t)$.

Корреляционный и спектральный анализ сигнала (1.20) существенно упрощается, при условии, что он описывается моделью стационарного в широком смысле случайного процесса. Как будет показано в дальнейшем, это условие выполняется в случае, когда начальная фаза φ_0 несущего колебания (1.2) является независимой от сигнала $s(t)$ случайной величиной с равномерным распределением

$$f(\varphi_0) = \begin{cases} \dfrac{1}{2\pi} & \text{при } |\varphi_0| \le \pi, \\ 0 & \text{при } |\varphi_0| > \pi \end{cases} \quad (1.22)$$

и поэтому справедливы равенства:

$$M\left\{e^{j\varphi_0}\right\} = 0, \quad (1.23)$$

$$M\left\{e^{j2\varphi_0}\right\}=0. \qquad (1.24)$$

В этом случае математическое ожидание сигнала (1.20) оказывается равным нулю

$$M\{u(t)\}=0, \qquad (1.25)$$

его АКФ и СПМ соответственно определяются выражениями

$$r_u(\tau)=M\left\{u(t+\tau)u(t)\right\} \qquad (1.26)$$

и

$$R_u(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} r_u(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau, \qquad (1.27)$$

а односторонняя СПМ

$$R_u^+(f)=2R_u(f)1(f), \qquad (1.28)$$

где $1(f)$ – функция Хевисайда (П.22), имеет эффективную ширину F_u, удовлетворяющую неравенству

$$F_u \ll f_0. \qquad (1.29)$$

Определяемые по формулам (1.20), (1.21) комплексные случайные сигналы $\dot{z}(t)$ и $\dot{v}(t)$ в этом случае также являются стационарными в широком смысле случайными процессами с нулевыми математическими ожиданиями

$$M\{\dot{z}(t)\}=M\{\dot{v}(t)\}=0, \qquad (1.30)$$

равными нулю дополнительными АКФ

$$\dot{r}_{\dot{z}}^{c}(\tau)=M\left\{\dot{z}(t+\tau)\dot{z}(t)\right\}=0, \qquad (1.31)$$

$$\dot{r}_{\dot{v}}^{c}(\tau)=M\left\{\dot{v}(t+\tau)\dot{v}(t)\right\}=0 \qquad (1.32)$$

и представляют собой комплексные процессы с круговой симметрией, полностью характеризуемые своими АКФ

$$\dot{r}_{\dot{z}}(\tau)=M\left\{\dot{z}(t+\tau)\dot{z}^*(t)\right\}=\dot{r}_{\dot{v}}(\tau)e^{j\omega_0\tau}, \qquad (1.33)$$

$$\dot{r}_{\dot{v}}(\tau)=M\left\{\dot{v}(t+\tau)\dot{v}^*(t)\right\} \qquad (1.34)$$

или СПМ

$$R_{\dot{z}}(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{r}_{\dot{z}}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau = R_{\dot{v}}(\omega - \omega_0), \tag{1.35}$$

$$R_{\dot{v}}(\omega) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \dot{r}_{\dot{v}}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau. \tag{1.36}$$

При этом АКФ (1.26) и односторонняя СПМ (1.28) модулированного сигнала (1.20) связаны с АКФ (1.33), (1.34) и СПМ (1.35), (1.36) соотношениями

$$r_u(\tau) = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\dot{r}_{\dot{z}}(\tau)\right] = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\dot{r}_{\dot{v}}(\tau) e^{j\omega_0\tau}\right] \tag{1.37}$$

и

$$R_u^+(f) = \frac{1}{2} R_{\dot{z}}(f) = \frac{1}{2} R_{\dot{v}}(f - f_0), \tag{1.38}$$

а его средняя мощность находится по формуле

$$P_u = r_u(0) \tag{1.39}$$

или

$$P_u = \int\limits_{-\infty}^{\infty} R_u^+(f) df, \tag{1.40}$$

где учтено неравенство (1.29).

Пик-фактор модулированного сигнала определяется выражением

$$\Pi_u^2 = \frac{U_{\max}^2}{P_u}, \tag{1.41}$$

где

$$U_{\max} = \max\left|u(t)\right|. \tag{1.42}$$

Если мгновенная начальная фаза φ_0 переносчика не случайна и равенства (1.23), (1.24) не имеют места, модулированный сигнал $u(t)$ оказывается периодически стационарным процессом с периодом $T_0 = 2\pi / \omega_0$. В этом случае усреднение его АКФ по периоду T_0 приводит к тем же результатам.

Рассмотрим основные характеристики, особенности формирования и обработки модулированных сигналов, преимущества и недостатки различных видов модуляции, а в заключение – вопросы потенциальной помехоустойчивости их оптимального приема.

1.2. Сигналы с амплитудной модуляцией (АМ)

Амплитудная модуляция – исторически первый вид модуляции, используемый для передачи аналоговых сигналов.

1.2.1. Определение, аналитическое выражение и временны́е диаграммы сигнала с АМ

При амплитудной модуляции амплитуда несущего колебания изменяется пропорционально мгновенным значениям модулирующего сигнала, а частота и фаза остаются неизменными. В соответствии с (1.2) и (1.7) сигнал с АМ имеет вид

$$u_{\text{АМ}}(t) = U_0\left[1 + \frac{U_d}{U_0}s(t)\right]\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \qquad (1.43)$$

или

$$u_{\text{АМ}}(t) = U_0\left[1 + ms(t)\right]\cos(\omega_0 t + \varphi_0), \qquad (1.44)$$

где

$$m = \frac{U_d}{U_0} \qquad (1.45)$$

– коэффициент амплитудной модуляции, характеризующий глубину АМ и изменяющийся в пределах $0 \le m \le 1$. Коэффициент модуляции, выраженный в процентах: $m \cdot 100\%$, называется глубиной АМ. Однако термин «коэффициент глубины модуляции», ранее встречающийся в литературе, запрещен руководящими документами. Соотношение (1.44) с учетом ограничения (1.1) показывает, что максимальное и минимальное значение амплитуды сигнала с АМ соответственно составляют $U_{\max} = U_0(1+m)$ и $U_{\min} = U_0(1-m)$, откуда следует эквивалентное выражение для коэффициента модуляции

$$m = \frac{U_{\max} - U_{\min}}{U_{\max} + U_{\min}}, \qquad (1.46)$$